

EXERCICE 1

Soit A, B et C trois points non alignés du plan, $O = B * C$.

On considère l'application $f : P \rightarrow P ; M \mapsto M'$ tel que $\overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$

1. Construire $A' = f(A)$ et $B' = f(B)$
2. Montrer que f est une translation de vecteur $2\overrightarrow{OA}$

EXERCICE 2

Le plan P étant rapporté au repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , soit f l'application de P dans lui-même qui, au point $M(x, y)$, associe le point $M'(x', y')$ tel que $\begin{cases} x' = kx + a \\ y' = ky + b \end{cases}$ avec k, a et b étant trois réels donnés.

1. Pour quelles valeurs de k l'application f admet-elle un seul point invariant Ω ?
On suppose cette condition réalisée dans la suite.
2. Montrer que f est une homothétie de centre Ω et le rapport k.
3. On suppose que $k = -2$, $a = 6$ et $b = -3$. Soit D la droite dont une équation est $y = 2x + 1$.
Trouver une équation de la droite D' image de D par f.

EXERCICE 3

A et B sont deux points donnés.

Soit l'application $h : M \rightarrow M'$ tel que $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}$

1. Soit G le barycentre de (A, 1) et (B, -3).
 - a- Montrer que G est invariant par h.
 - b- En déduire que h est une homothétie de centre G et dont on précisera le rapport.
2. Soient I le milieu du segment [AB] ; E et F deux points définis par les égalités vectorielles :
 $\overrightarrow{AE} = -2\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{FE}$
 - a- Déterminer h(A) et h(B).
 - b- En déduire h(I).

EXERCICE 4

ABCD est un parallélogramme. Soit I, J les milieux respectifs des segments [BC] et [AD].

1. Déterminer et construire le point G barycentre de deux points pondérés (J, 1) et (I, -3).
2. Soit l'application $f : P \rightarrow P$
 $M \mapsto M'$ tel que $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$
 - a- Montrer que $\overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{MJ} - 6\overrightarrow{MI}$
 - b- En déduire que $\overrightarrow{MM'} = 4\overrightarrow{GM}$
 - c- Montrer que f est l'homothétie dont on déterminera le centre et le rapport.
 - d- Déterminer et construire $f(I) = I'$. En déduire $f((BC))$

EXERCICE 5

Soit une droite Δ du plan et deux points distincts A et B n'appartenant pas à Δ .

Soit I barycentre de deux points pondérés (A, 2) et (B, 3), M un point de Δ .

Soit le point N défini par : $5\overrightarrow{NM} + 2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NB} = \vec{0}$

1. Montrer que N est le milieu du segment [MI].
2. Exprimer \overrightarrow{IN} à l'aide de \overrightarrow{IM}
3. Quelle est l'homothétie qui transforme M en N.
4. Déterminer et construire l'image de la droite (AB) par $h_{\left(I, \frac{1}{2}\right)}$
5. Déterminer l'ensemble des points N quand M varie sur Δ .
6. Soit le point C tel que ABC rectangle en C.
 - a- Quel est l'ensemble E des points C.
 - b- Soit G le centre de gravité du triangle ABC.
Quel est l'ensemble des points G quand C varie sur E.